

Gegenüberstellung der vier Lerntypen auditiv, visuell, motorisch und kommunikativ anhand eines Beispiels mit passenden Lernstrategien

Betrachten wir folgenden Hefteintrag über Krümmungsverhalten von Funktionen:

Sei f eine zweimal stetig differenzierbare Funktion. Gilt $f''(x) < 0$ für $a < x < b$, so nennt man G_f rechtsgekrümmt auf $]a; b[$.

Gilt $f''(x) > 0$ für $a < x < b$, so heißt G_f linksgekrümmt auf $]a; b[$.

Wie lernt man am besten einen solchen Eintrag? Im Folgenden werden vier Strategien vorgestellt, die jeweils an einen der vier oben genannten Lerntypen angepasst sind:

1. Lernstrategie für den auditiven Lerntyp

- Übersetze zunächst einmal alle Abkürzungen und Formeln in Alltagssprache, so dass der Eintrag ungefähr folgendermaßen lautet:

Sei f eine zweimal stetig differenzierbare Funktion. Falls die zweite Ableitung von f zwischen zwei Stellen a und b negativ ist, so nennt man den Graphen von f rechtsgekrümmt auf dem Intervall von a bis b . Ist die zweite Ableitung im Bereich zwischen a und b positiv, so heißt der Graph von f dort linksgekrümmt.

- Lies dir den so formulierten Eintrag mehrmals durch, entweder laut oder indem du dir eine Stimme vorstellst. Dabei ist es sehr empfehlenswert, die Sätze jedes Mal ein bisschen umzuformulieren, z. B. so:

Angenommen, f ist eine Funktion, die eine stetige zweite Ableitung hat. Ist diese zweite Ableitung auf dem Intervall von a bis b negativ, so sagt man „Der Graph von f ist rechtsgekrümmt“. Ist die zweite Ableitung positiv auf dem Intervall $]a; b[$, so spricht man von einem linksgekrümmten Graphen.

- Finde Eselsbrücken über den Klang der Sätze und deren Inhalt, z. B. wie folgt: zu merken sind zwei Zusammenhänge:

i) f'' negativ $\implies G_f$ rechtsgekrümmt

ii) f'' positiv $\implies G_f$ linksgekrümmt

Beide haben dieselbe Struktur und denselben Sprechrhythmus. Die Unterschiede sind oben farbig hervorgehoben. Klanglich fällt auf, dass das „e“ in „negativ“ auch im Wort „rechtsgekrümmt“ vorkommt, nicht aber in „positiv“, während das „i“ im grünen Teil „positiv“ auch in „linksgekrümmt“, nicht aber im gelben Teil von „negativ“ vorkommt.

Merke dir also die zwei Sätze mit passenden Betonungen:

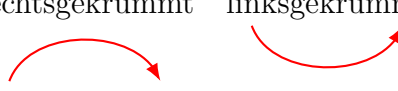
„ f'' negativ, dann f rechtsgekrümmt“ und

„ f'' positiv, dann f linksgekrümmt“.

2. Lernstrategie für den visuellen Lerntyp

Stelle den Sachverhalt graphisch oder schematisch dar. Hierzu eignen sich Mindmaps, Tabellen oder Zeichnungen, die den Inhalt übersichtlicher machen als ein Fließtext. Versuche, mehrere verschiedene Darstellungen zu finden (hierzu kann man ruhig auch andere Quellen wie Hefteinträge der Parallelklasse oder das Internet zu Rate ziehen, z. B. in einer Google-Bildersuche zum Thema Krümmungsverhalten). Hier eine Möglichkeit:

| f'' | negativ | positiv |
|-------|----------------|---------------|
| G_f | rechtsgekrümmt | linksgekrümmt |



Es hilft auch, ein konkretes Beispiel zu betrachten, das man sich gut einprägen kann. Hier betrachten wir $f(x) = x^3 - 3x + 1$ mit $f'(x) = 3x^2 - 3$ und $f''(x) = 6x$. Für diese Funktion ergibt sich folgendes Schema:

| | | | |
|----------|----------------|---------|---------------|
| | $x < 0$ | $x = 0$ | $x > 0$ |
| $f''(x)$ | - | 0 | + |
| G_f | rechtsgekrümmt | | linksgekrümmt |

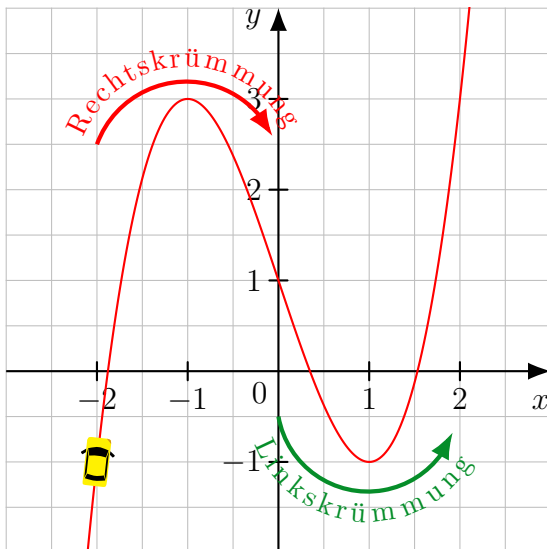
Hier eine kleine Gegenüberstellung der drei möglichen Krümmungsrichtungen, je nach Vorzeichen von f'' :

| | | | |
|---------------------|--------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Funktion | $f(x) = 1$ | $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2$ | $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$ |
| 2. Ableitung | $f''(x) = 0$ | $f''(x) = 1$ | $f''(x) = -1$ |
| Graph | | | |
| Krümmung | keine | links | rechts |

3. Lernstrategie für den motorischen Lerntyp

Wie der Begriff „Krümmung“ schon vermuten lässt, haben die Definitionen im Hefteintrag einen Bezug zum anschaulichen Begriff der Krümmung und diesen kann man sich gedanklich in Bewegungen umsetzen. Betrachte hierzu am besten das folgende Beispiel:

$f(x) = x^3 - 3x + 1$ mit $f'(x) = 3x^2 - 3$ und $f''(x) = 6x$ hat den folgenden Graphen:



Um zu verstehen, was Linkskrümmung ist, stelle dir ein Auto vor, dass von links nach rechts die rote Kurve entlang fährt. In diesem Fall müsste der Fahrer nach links steuern, um auf der Kurve zu

bleiben, daher handelt es sich um Linkskrümmung. Der Hefteintrag sagt, dass man die Linkskrümmung einer Funktion auch dann erkennen kann, wenn man den Graphen nicht vor sich sieht, sondern nur den Funktionsterm hat. Diesen muss man zweimal ableiten und dann das Vorzeichen untersuchen. Ein positives Vorzeichen bedeutet „Achtung! Linkskurve!“, bei negativem Vorzeichen krümmt sich der Graph nach rechts. Um dir also den Hefteintrag nachhaltig einzuprägen, kannst du im Alltag, z. B. beim Fahren bei jeder Linkskurve im Kopf wiederholen: „Linkskrümmung heißt positive 2. Ableitung“, analog für Rechtskrümmung.

4. Lernstrategie für den kommunikativen Lerntyp

Ein Hefteintrag ist zunächst einmal eine Informations-Einbahnstraße. Um den Inhalt besser zu verstehen und vor allem für das längerfristige Einprägen solltest du ihn in eigene Worte fassen, am besten (soweit möglich) ohne Symbole, Abkürzungen und Formeln, etwa so:

Angenommen, f ist eine Funktion, die eine stetige zweite Ableitung hat. Ist diese zweite Ableitung zwischen zwei Stellen a und b negativ, so sagt man „Der Graph von f ist rechtsgekrümmt“. Ist die zweite Ableitung dort positiv, so spricht man von einem linksgekrümmten Graphen.

Suche dir jetzt einen Lernpartner, vielleicht Mitschüler in deiner Lerngruppe oder auch Geschwister oder Eltern, denen du diesen Hefteintrag erklärst. Lass dich über das Thema von verschiedenen Leuten ausfragen und versuche jedes Mal neue Antworten zu finden und nicht nur an der wörtlichen Formulierung des Hefteintrags zu haften.

Lass dir das Thema auch von anderen erklären und stelle Fragen dazu, um dein Verständnis zu vertiefen. Hierzu gibt es im Internet zahlreiche Videos, z. B. auf www.touchdown-mathe.de. Ergänze das Gehörte zu einem Dialog, in dem du dir zunächst selbst Fragen dazu stellst und versuchst, sie beantworten. Dann kannst du mit Freunden und Mitschülern darüber sprechen.

Fazit: Versuche den Stoff von möglichst vielen Perspektiven zu betrachten und in andere Worte zu fassen, am besten im Dialog mit Freunden, Mitschülern, etc. Habe auch keine Scheu davor, deinem Lehrer bzw. deiner Lehrerin Fragen zu stellen!